Mathématiques *Terminale*

Etude Polynôme-Exponentielle Classique

On considère la fonction *f* définie pour tout nombre réel *x* par :

$$\mathbf{f(x) = (x^2 + 3x + 2)e^{-x}}$$

1. Démontrer que la limite de la fonction f en $+\infty$ est égale à 0.

On admet par ailleurs que la limite de la fonction f en $-\infty$ est égale à $+\infty$.

2. On admet que la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$. On note f ' la fonction dérivée de f sur $\mathbb{R}$.

a. Vérifier que, pour tout nombre réel x,

$$\mathbf{f'(x) = (-x^2 - x + 1)e^{-x}}$$

b. Déterminer le signe de la fonction dérivée f ' sur $\mathbb{R}$ puis en déduire les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

3. Expliquer pourquoi la fonction f est positive sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$.

4. On notera Cf la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal (O ; i ; j). On admet que la fonction F définie pour tout nombre réel x par

$$\mathbf{F(x) = (-x^2 - 5x - 7)e^{-x}}$$

est une primitive de la fonction f.

Soit **a** un nombre réel positif.

Déterminer l'aire A(a), exprimée en unité d'aire, du domaine du plan délimité par l'axe des abscisses, la courbe Cf et les droites d'équation x = 0 et x = a.