



Mathématiques

Terminale

Etude intersection et distance de plans

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé, on considère :

- le plan \mathcal{P}_1 dont une équation cartésienne est $2x + y - z + 2 = 0$,
- le plan \mathcal{P}_2 passant par le point $B(1 ; 1 ; 2)$ et dont un vecteur normal est $\vec{n}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

1.

- Donner les coordonnées d'un vecteur \vec{n}_1 normal au plan \mathcal{P}_1 .
- On rappelle que deux plans sont perpendiculaires si un vecteur normal à l'un des plans est orthogonal à un vecteur normal à l'autre plan.
Montrer que les plans \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 sont perpendiculaires.

2.

- Déterminer une équation cartésienne du plan \mathcal{P}_2 .
- On note Δ la droite dont une représentation paramétrique est :

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = -2 + t \\ z = t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

Montrer que la droite Δ est l'intersection des plans \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 .

On considère le point $A(1 ; 1 ; 1)$ et on admet que le point A n'appartient ni à \mathcal{P}_1 ni à \mathcal{P}_2 .

On note H le projeté orthogonal du point A sur la droite Δ .

3. On rappelle que, d'après la question 2. b, la droite Δ est l'ensemble des points M_t de coordonnées $(0 ; -2 + t ; t)$, où t désigne un nombre réel quelconque.

- Montrer que, pour tout réel t , $AM_t = \sqrt{2t^2 - 8t + 11}$.
- En déduire que $AH = \sqrt{3}$.

4. On note \mathcal{D}_1 la droite orthogonale au plan \mathcal{P}_1 passant par le point A et H_1 le projeté orthogonal du point A sur le plan \mathcal{P}_1 .

- Déterminer une représentation paramétrique de la droite \mathcal{D}_1 .
- En déduire que le point H_1 a pour coordonnées $\left(\frac{-1}{3} ; \frac{1}{3} ; \frac{5}{3}\right)$.



Mathématiques

Terminale

5. Soit H_2 le projeté orthogonal de A sur le plan \mathcal{P}_2

On admet que H_2 a pour coordonnées $\left(\frac{4}{3}; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$ et que

H a pour coordonnées $(0; 0; 2)$.

Sur le schéma ci-contre, les plans \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 sont représentés, ainsi que les points A, H_1, H_2, H .

Montrer que AH_1HH_2 est un rectangle.

