



---

# Mathématiques

---

Terminale

## ***Modélisation arbre et suites Arithmetico Geo***

Au cours d'une séance, un joueur de volley-ball s'entraîne à faire des services. La probabilité qu'il réussisse le premier service est égale à 0,85.

On suppose de plus que deux conditions suivantes sont réalisées :

- si le joueur réussit un service, alors la probabilité qu'il réussisse le suivant est égale à 0,6 ;
- si le joueur ne réussit pas un service, alors la probabilité qu'il ne réussisse pas le suivant est égale à 0,6.

Pour tout entier naturel  $n$  non nul, on note  $R_n$  l'événement « le joueur réussit le  $n$ -ième service » et  $\bar{R}_n$  l'événement contraire.

### **Partie A**

On s'intéresse aux deux premiers services de l'entraînement.

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
2. Démontrer que la probabilité de l'événement  $R_2$  est égale à 0,57.
3. Sachant que le joueur a réussi le deuxième service, calculer la probabilité qu'il ait raté le premier.
4. Soit  $Z$  la variable aléatoire égale au nombre de services réussis au cours des deux premiers services.
  - a. Déterminer la loi de probabilité de  $Z$  (on pourra utiliser l'arbre pondéré de la question 1).
  - b. Calculer l'espérance mathématique  $E(Z)$  de la variable aléatoire  $Z$ . Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

### **Partie B**

On s'intéresse maintenant au cas général.

Pour tout entier naturel  $n$  non nul, on note  $x_n$  la probabilité de l'événement  $R_n$ .

1.
  - a. Donner les probabilités conditionnelles  $P_{R_n}(R_{n+1})$  et  $P_{\bar{R}_n}(R_{n+1})$ .
  - b. Montrer que, pour tout entier naturel non nul  $n$ , on a :  $x_{n+1} = 0,2x_n + 0,4$ .
2. Soit la suite  $(u_n)$  définie pour tout entier naturel non nul  $n$  par :  $u_n = x_n - 0,5$ .
  - a. Montrer que la suite  $(u_n)$  est une suite géométrique.
  - b. Déterminer l'expression de  $x_n$  en fonction de  $n$ . En déduire la limite de la suite  $(x_n)$ .
  - c. Interpréter cette limite dans le contexte de l'exercice.